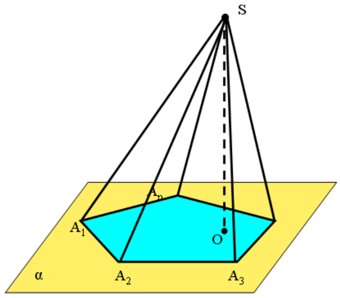
07 апреля
Классная работа

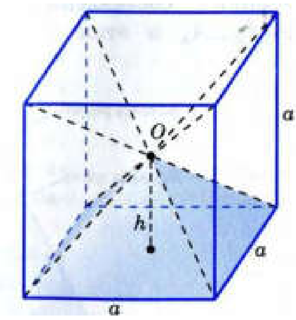
Тема: Пирамида.



Рассмотрим многоугольник $A_1A_2 \dots A_n$ и точку S, не лежащую в плоскости этого многоугольника. Соединив точку S отрезками с вершинами многоугольника, получим n треугольников.

Многогранник, составленный из n-угольника $A_1A_2 \dots A_n$ и n треугольников, называется ***пирамидой***. Многоугольник $A_1A_2 \dots A_n$ называется ***основанием***, а треугольники $A_1SA_2, \dots, A_nSA_1$ – ***боковыми гранями*** пирамиды. Точка S называется ***вершиной пирамиды***, а отрезки $SA_1, SA_2, \dots, SA_n$ – ее ***боковыми ребрами***. Пирамиду с основанием $A_1A_2 \dots A_n$ и вершиной S обозначают так: $SA_1A_2 \dots A_n$ и называют n-угольной пирамидой.

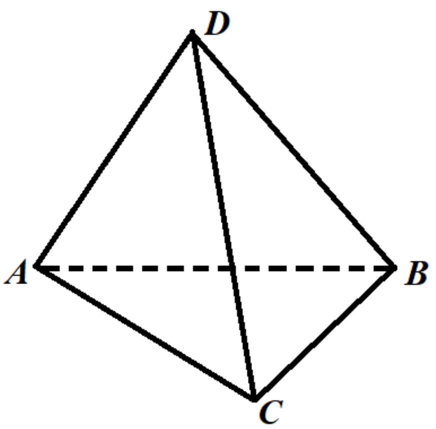
Перпендикуляр, проведенный из вершины пирамиды к плоскости основания, называется ***высотой пирамиды***.

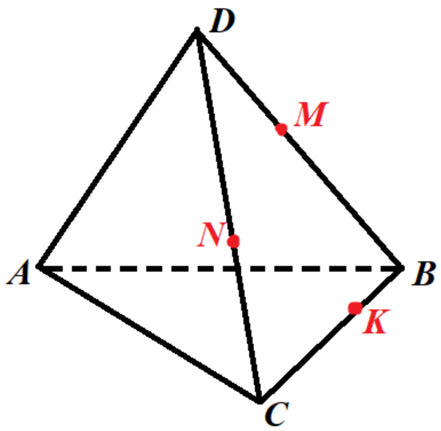


Рассмотрим куб со стороной *a* и проведём его диагонали. В результате куб окажется разбитым на шесть равных друг другу правильных четырёхугольных пирамид с общей вершиной в точке пересечения диагоналей куба. У каждой из этих пирамид основанием является квадрат со стороной *a*, высота равна *a*/2, а объём в шесть раз меньше объёма куба, т. е. равен $a^3/6$. Но $\frac{a^3}{6} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} S_{осн} \cdot h$.

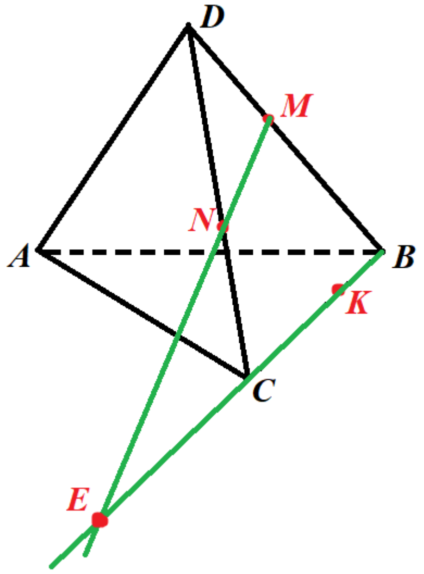
Объём пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту.

Решение задач:
№ 1202

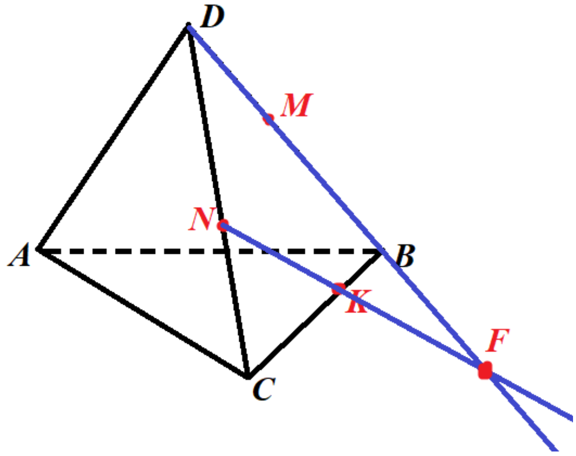




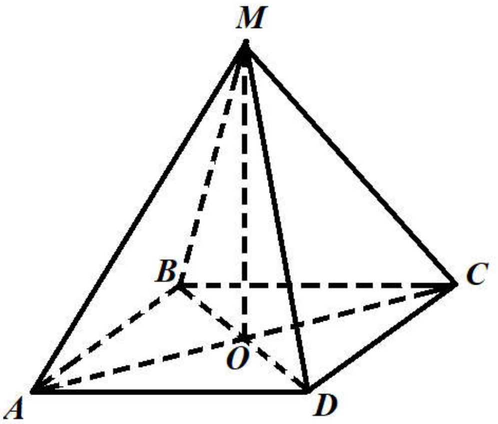
а) Прямая MN лежит в плоскости DBC, которая пересекает плоскость ABC по прямой BC. Поэтому точка пересечения прямой MN и плоскости ABC будет точка пересечения прямых MN и BC (точка E):



б) Прямая KN лежит в плоскости DBC, которая пересекает плоскость ABD по прямой BD. Поэтому точка пересечения прямой KN и плоскости ABD будет точка пересечения прямых KN и BD (точка F):



№ 1207



Дано:

$MABCD$ – пирамида; $ABCD$ – ромб

$AB = 5$ см; $AC = 8$ см; $AC \cap DB = O$;

$MO = 7$ см – высота;

Найти:

MA, MD, MC, MB–?;

Решение:

1) Так как ромб $ABCD$ является параллелограммом, то O – середина AC и BD (по свойству диагоналей пара – ллелограмма), тогда $AO = \frac{1}{2}AC = 4$ см;

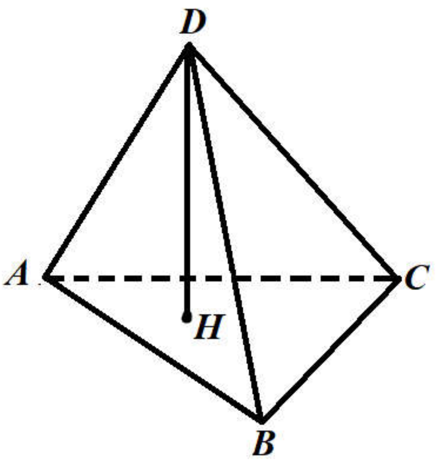
2) По условию $MO = 7$ см – высота пирамиды, значит, $MO \perp ABCD$, значит $MO \perp AC$, то есть ΔAOM – прямоу – гольный: $AM = \sqrt{AO^2 + MO^2} = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65}$ см; $AM = MC = \sqrt{65}$ см (так как если проекции наклонных равны, то равны и сами наклонные);

3) $AC \perp BD$ (по свойству ромба), тогда в ΔAOB: $OB = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3$ см;

4) Рассмотрим ΔMOB – прямоугольный: $MB = \sqrt{MO^2 + OB^2} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$ см; $MB = MD = \sqrt{58}$ см;

Ответ: $AM = MC = \sqrt{65}$ см; $MB = MD = \sqrt{58}$ см.

№ 1211 (б).



Дано:

$ABCD$ – пирамида; $AB = 20$ см; $BC = 13{,}5$ см; $\angle ABC = 30°$;

$DH = 2{,}2$ м $= 220$ см.

Найти:

V–?;

Решение:

1) Объем пирамиды равен: $\frac{1}{3}S_{осн} \cdot h$;

2) В основании пирамиды лежит треугольник, значит по теореме синусов:

$S_{осн} = \frac{1}{2}AB \cdot BC \cdot \sin\angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 13{,}5 \cdot \sin 30° = 67{,}5$;

3) $V = \frac{1}{3} \cdot 67{,}5 \cdot 220 = 4950$ см^3.

Ответ: $V = 4950$ см^3