

01 апреля
Классная работа

Тема: Вероятность случайного события.

Любое событие, которое связано с результатами опыта и которое в результате опыта может наступить или не наступить, называется случайным событием.

Возможные результаты опыта называются его исходами. Раздел математики, изучающий закономерности в случайных событиях, называется теорией вероятностей.

Одним из вопросов, из которого родилась теория вероятностей, был вопрос о том, как часто наступает то или иное случайное событие в длинной серии опытов, происходящих в одинаковых условиях.

Рассмотрим опыт с бросанием монеты. Он имеет два исхода: V_1 - «выпал герб», V_2 - «выпала цифра». Исход бросания монеты случаен, и заранее сказать, выпадет герб или цифра, невозможно. Бросим нашу монету n раз и подсчитаем, сколько раз выпал герб.

Обозначим это число $n(A)$. Отношение $\frac{n(A)}{n}$ называется частотой исхода «выпал герб» в данной серии опытов. Замечательная закономерность состоит в том, что $\frac{n(A)}{n} \approx \frac{1}{2}$. При увеличении числа испытаний частота исхода «выпал герб» приближается к числу $\frac{1}{2}$.

Это число в математике обозначается буквой P (от английского слова probability - вероятность), и оно является вероятностью исхода «выпал герб»: $P(\text{выпадение герба}) = \frac{1}{2}$.

Рассмотрим общий случай. Пусть A – случайное событие, которые в результате опыта может наступить или не наступить.

n – число опытов, проходящих в одинаковых условиях.

$n(A)$ – число тех опытов, в которых наступило событие A .

Отношение $\frac{n(A)}{n}$ называется относительной частотой события A в данной серии опытов.

Как показывает практика, при многократном повторении одного и того же опыта в одних и тех же условиях частота наступления события A остается все время примерно одинаковой и очень редко значительно отклоняется от некоторого постоянного числа, которое называют вероятностью рассматриваемого события и обозначают $P(A)$.

Вероятность определяется по формуле: $P(A) = \frac{n(A)}{n}$. $0 \leq P(A) \leq 1$.

Если событию A благоприятствуют все исходы V_1, V_2, \dots, V_n , то $P(A) = 1$. Такое событие называется достоверным.

Если событию A не благоприятствует ни один исход, то $n(A) = 0$ и $P(A) = 0$. Такое событие A называют невозможным.

Пример 1

В опыте с подбрасыванием игрального кубика рассмотрим событие A : «на верхней грани кубика выпало не более 4 очков». Найти $P(A)$.

Решение

Этот опыт имеет 6 равновозможных исходов: $n = 6$. Событие A наступает тогда, когда на верхней грани выпадает одно, два, три или четыре очка, поэтому событию A благоприятствуют исходы: $n(A) = 4$.

$$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

Пример 2

На книжной полке стоят 30 различных книг. Читатель, просмотрев их, обнаружил, что 10 книг уже прочитал раньше. После этого он попросил библиотекаря снять с полки наугад любые три книги. Какова вероятность события А: «все три предъявленные книги читатель уже прочитал раньше»?

Решение

Опыт состоит в выборе трех книг из 30 стоящих на книжной полке. Никакая тройка книг не имеет преимуществ перед любой другой. Поэтому все его исходы равновозможны. Определим число исходов опыта. Из 30 книг 3 книги можно выбрать числом способов, равным числу сочетаний из 30 по 3.

$$n = C_{30}^3 = \frac{30!}{27!3!} = \frac{28 \cdot 29 \cdot 30}{2 \cdot 3} = 4060.$$

Событие А наступает только тогда, когда 3 книги выбираются только из тех 10 книг, которые читатель уже прочитал, и поэтому число исходов опыта, благоприятствующих событию А, будет равно числу сочетаний из 10 по 3.

$$n(A) = C_{10}^3 = \frac{10!}{7!3!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3} = 120.$$

$$P(A) = \frac{120}{4060} = \frac{6}{203} \approx 0,03.$$

Выполнить №№ 788, 795, 798, 800, 801, 806.

<p>№ 788 $n = 62$ – количество дней (июль и август) $n(A) = 46$ $\frac{n(A)}{n} = \frac{46}{62} = \frac{23}{31}$ Ответ: $\frac{23}{31}$</p>	<p>№ 795 Пусть событие А – семя взойдет, n – общее количество семян, $n(A)$ – количество всхожих семян. Получим $P(A) = 0,9$ $n = 85$ $P(A) = \frac{n(A)}{n} \Rightarrow n(A) = P(A) \cdot n = 0,9 \cdot 85 = 76,5$ Ответ: прорастет ≈ 77 семян</p>
<p>№ 798 $n = 1500$ $n(A) = 120$ $P(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{120}{1500} = \frac{4}{50} = 0,08$ Ответ: 0,08</p>	<p>№ 800 $n = \{10; 11; \dots; 98,99\} = 90$ двузначных чисел $n(A) = \{15; 24; 33; 42; 51; 60\} = 6$ чисел, сумма цифр которых равна 6 $P(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$ Ответ: $\frac{1}{15}$</p>
<p>№ 801 $n = 93$ $n(A) = 93 - 3 - 6 = 84$ квартиры $P(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{84}{93} = \frac{28}{31}$ Ответ: $\frac{28}{31}$</p>	<p>№ 806 $n = P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ всего комбинаций $n(A) = 1$ – комбинация "крот" $P(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{1}{24}$ Ответ: $\frac{1}{24}$</p>