11 марта
Классная работа

Тема: Примеры комбинаторных задач.

Комбинаторикой называют область математики, изучающую вопросы о числе различных комбинаций (удовлетворяющих тем или иным условиям), которые можно составить из данных элементов.

Рассмотрим некоторые задачи комбинаторики.

Пример 1

Предположим, что имеются четыре участника шахматного турнира (Иванов, Смирнов, Петров, Орлов) и необходимо составить расписание на 1 тур. Сколько существует вариантов перовой пары?

Рассмотрим возможные варианты

С Ивановым: ИС, ИП, ИО.

Со Смирновым: СП, СО (СИ не учитываем, т.к. данная пара у нас уже имеется).

С Петровым: ПО.

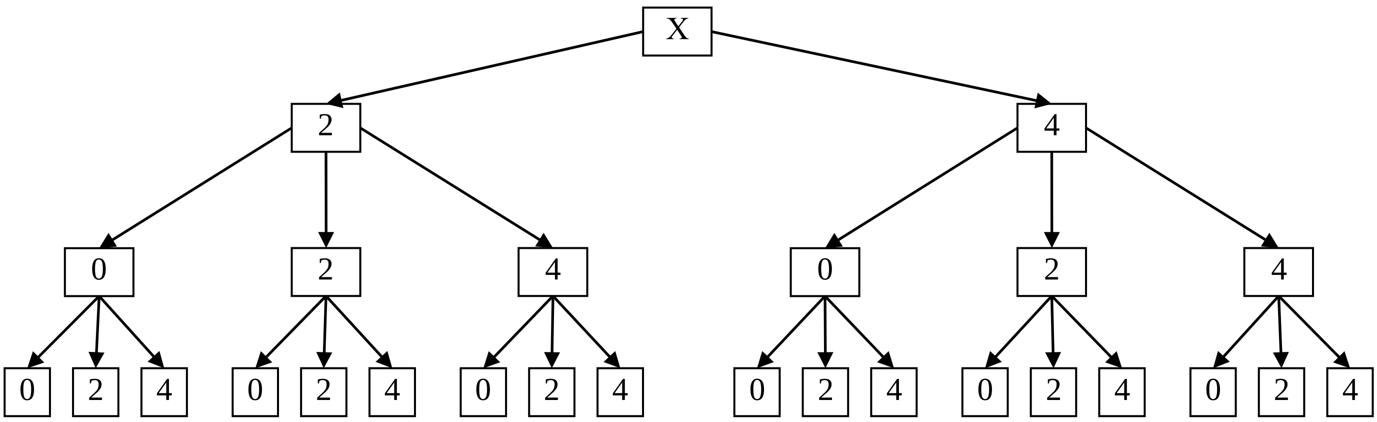
Итого получим 6 возможных вариантов. Данный метод называется ***перебором возможных вариантов***.

Если количество элементов велико, можно использовать ***дерево возможных вариантов***.

Пример 2

Сколько существует трехзначных чисел, которые составлены их чисел 0, 2, 4.

Способ 1



Получим $6 \cdot 3 = 18$ вариантов

Способ 2

Очевидно, что на первом месте может стоять любая цифра (кроме нуля) - 2 варианта. На втором месте может стоять любая цифра - 3 варианта. На третьем месте также может стоять любая цифра - 3 варианта.

Тогда получаем, что возможно $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$ вариантов (чисел).

Из рассмотренного примера можно сформулировать комбинаторное правило умножения. Пусть имеем n элементов и надо выбрать из них один за другим k элементов. Если первый элемент можно выбрать n_1 способами, после чего второй элемент можно выбрать n_2 способами из оставшихся, затем третий элемент можно выбрать n_3 способами из оставшихся и т.д., то число способов, которыми могут быть выбраны все к элементов, равно произведению $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k$.

Пример 3

В спортивных соревнованиях участвуют 10 команд. Сколькими способами могут быть распределены золотая, серебряная и бронзовые медали, если каждая команда может получить только одну медаль?

Начнем распределять медали с наименее ценной. Бронзовую медаль может получить одна из 10 команд (10 вариантов). После этого серебряную медаль получит одна из оставшихся 9 команд (9 вариантов). Наконец, золотую медаль получает одна из оставшихся 8 команд (8 вариантов).

Следовательно, общее число способов, которыми могут быть распределены золотая, серебряная и бронзовая медали, равно $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$.

Пример 4

В 9 классе изучаются 10 предметов. Во вторник должны быть проведены 6 различных уроков. Сколькими способами можно составить расписание занятий на вторник?

По аналогии с примерами 1-4 на первом уроке изучается любой из 10 предметов, на втором уроке - любой из оставшихся 9 предметов, на третьем уроке - любой из оставшихся 8 предметов и т.д.

Таким образом, расписание можно составить $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151\,200$ способами.