

25 февраля
Классная работа

Тема: Формула суммы n-первых членов геометрической прогрессии.

Запишем сумму (S_n) n-первых членов геометрической прогрессии следующим образом:

$$S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{n-2} + b_{n-1} + b_n \quad (1)$$

Умножим данное равенство на знаменатель и получим:

$$S_n \cdot q = b_1 \cdot q + b_2 \cdot q + \dots + b_{n-1} \cdot q + b_n \cdot q \quad (2)$$

Найдем разность равенств (2) – (1) и у нас получится:

$$S_n \cdot q - S_n = (b_1 \cdot q + b_2 \cdot q + \dots + b_{n-1} \cdot q + b_n \cdot q) - (b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{n-2} + b_{n-1} + b_n).$$

Учитывая, что $b_1 \cdot q = b_2; b_2 \cdot q = b_3; \dots$ получим $S_n \cdot q - S_n = (b_2 + b_3 + \dots + b_n + b_n \cdot q) - (b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{n-2} + b_{n-1} + b_n) = b_n \cdot q - b_1 \Rightarrow S_n \cdot (q - 1) = b_n \cdot q - b_1 \Rightarrow S_n = \frac{b_n \cdot q - b_1}{q - 1} (q \neq 1)$

Если учесть формулу n-го члена, то можно получить еще одну формулу $S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} (q \neq 1)$

<p>№ 648</p> $b_1 = 8, q = \frac{1}{2}$ $S_5 = \frac{b_1 \cdot (q^5 - 1)}{q - 1} = \frac{8 \cdot \left(\left(\frac{1}{2} \right)^5 - 1 \right)}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{8 \cdot \left(\frac{1}{32} - 1 \right)}{-\frac{1}{2}} =$ $= 8 \cdot \left(-\frac{31}{32} \right) : \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{8}{1} \cdot \frac{31}{32} \cdot \frac{2}{1} = 15,5$	<p>№ 649</p> $b_1 = 3, b_2 = -6$ $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-6}{3} = -2$ $S_6 = \frac{b_1 \cdot (q^6 - 1)}{q - 1} = \frac{3 \cdot ((-2)^6 - 1)}{-2 - 1} = \frac{3 \cdot (64 - 1)}{-3} = 63$
<p>№ 653</p> $b_7 = 72,9, q = 1,5 = \frac{3}{2}$ $b_7 = b_1 \cdot q^{7-1} \Rightarrow b_1 = \frac{b_7}{q^6} = \frac{72,9}{\left(\frac{3}{2} \right)^6} = 72,9 \cdot \frac{64}{729} = 6,4$ $S_7 = \frac{b_7 \cdot q - b_1}{q - 1} = \frac{72,9 \cdot 1,5 - 6,4}{1,5 - 1} = \frac{109,35 - 6,4}{0,5} = 205,9$	<p>№ 656</p> $b_2 = 6, b_4 = 54$ $b_4 = b_2 \cdot q^2 \Rightarrow q = \sqrt{\frac{b_4}{b_2}} = \sqrt{\frac{54}{6}} = 3$ $S_7 = \frac{b_1 \cdot (q^7 - 1)}{q - 1} = \frac{6 \cdot (3^7 - 1)}{3 - 1} = \frac{6 \cdot (2187 - 1)}{2} = 6558$