

11 февраля
Классная работа

Тема: Определение геометрической прогрессии. Формула n-го члена геометрической прогрессии.

1. Геометрическая прогрессия

Последовательность чисел b_n , первый член которой отличен от нуля и каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и то же отличное от нуля число q , называется **геометрической прогрессией** (q – **знаменатель прогрессии**): $b_{n+1} = b_n \cdot q$ ($n \in \mathbb{N}$, $b_1 \neq 0$, $q \neq 0$).

Пример 1.

Найти первые пять членов геометрической прогрессии, если $b_1 = 5$, $q = 2$.

Из определения геометрической прогрессии $b_{n+1} = b_n \cdot q$ получаем:

$$b_2 = b_1 \cdot q = 5 \cdot 2 = 10,$$

$$b_3 = b_2 \cdot q = 10 \cdot 2 = 20,$$

$$b_4 = b_3 \cdot q = 20 \cdot 2 = 40,$$

$$b_5 = b_4 \cdot q = 40 \cdot 2 = 80.$$

Итак, эти члены: 5, 10, 20, 40, 80.

2. Формула n-го члена

В определении геометрической прогрессии использована рекуррентная формула $b_{n+1} = b_n \cdot q$.

Получим формулу n-го члена:

$$b_2 = b_1 \cdot q$$

$$b_3 = b_2 \cdot q = b_1 \cdot q^2$$

$$b_4 = b_3 \cdot q = b_1 \cdot q^3$$

...

$$b_n = b_{n-1} \cdot q^{n-1} \text{ – формула } n\text{-го члена геометрической прогрессии}$$

Пример 2

Найдем восьмой член геометрической прогрессии (b_n), если $b_1 = 162$ и $b_3 = 18$.

Выразим третий член прогрессии через ее первый член и знаменатель: $b_3 = b_1 \cdot q^2$. Получим $18 =$

$$162 \cdot q^2 \Rightarrow q^2 = 18/162 = 1/9 \Rightarrow q = \pm 1/3. \text{ Получим } b_8 = b_1 \cdot q^7 = 162 \cdot \frac{1}{3^7} = \frac{2}{27} \text{ или } b_8 = -\frac{2}{27}.$$

3. Свойство геометрической прогрессии

Характеристическое свойство геометрической прогрессии:

- квадрат любого члена геометрической прогрессии, начиная со второго, равен произведению предыдущего и последующего ее членов.

$$b_n = b_{n-1} \cdot q, b_{n+1} = b_n \cdot q \Rightarrow \frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{b_{n+1}}{b_n} \Rightarrow b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1} \Rightarrow |b_n| = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}.$$

<p>№ 623 (а) $b_1 = 6, q = 2.$ $b_2 = b_1 \cdot q = 6 \cdot 2 = 12,$ $b_3 = b_2 \cdot q = 12 \cdot 2 = 24,$ $b_4 = b_3 \cdot q = 24 \cdot 2 = 48,$ $b_5 = b_4 \cdot q = 48 \cdot 2 = 96.$</p>	<p>№ 623 (в) $b_1 = -24, q = -1,5.$ $b_2 = b_1 \cdot q = -24 \cdot (-1,5) = 36,$ $b_3 = b_2 \cdot q = 36 \cdot (-1,5) = -54,$ $b_4 = b_3 \cdot q = -54 \cdot (-1,5) = 81,$ $b_5 = b_4 \cdot q = 81 \cdot (-1,5) = -121,5.$</p>
<p>№ 625 (а) $x_1 = 16, q = \frac{1}{2}.$ $x_7 = x_1 \cdot q^6 = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 16 \cdot \frac{1}{64} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$</p>	<p>№ 625 (в) $x_1 = \sqrt{2}, q = -\sqrt{2}$ $x_{10} = x_1 \cdot q^9 = \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2})^9 = \sqrt{2} \cdot (-16\sqrt{2}) = -32$</p>