

1 февраля
Классная работа

Тема: Системы неравенств с двумя переменными.

Решением системы неравенства с двумя переменными называется пара значений этих переменных, обращающая каждое неравенство системы в верное числовое неравенство.

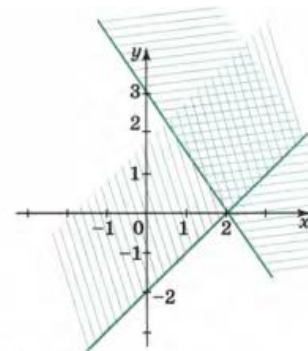
Пример 1. Линейные неравенства

Изобразим на координатной плоскости множество решений системы

$$\text{неравенств } \begin{cases} y \geq x - 2, \\ y \geq -1,5x + 3. \end{cases}$$

Сначала построим прямые $y = x - 2$ и $y = -1,5x + 3$.

Множество точек, задаваемое первым неравенством, – полуплоскость, расположенная выше прямой $y = x - 2$. Множество точек, задаваемое вторым неравенством, – полуплоскость, расположенная выше прямой $y = -1,5x + 3$. Пересечение этих множеств представляет собой угол, отмеченный на координатной плоскости двойной штриховкой.

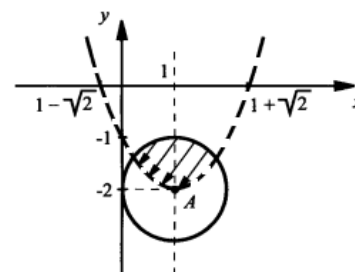


Пример 2. Неравенства второй степени

Изобразим на координатной плоскости множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} y > x^2 - 2x - 1, \\ (x - 1)^2 + (y + 2)^2 \leq 1. \end{cases}$$

Изобразим сначала точки, удовлетворяющие первому неравенству. Построим график функции $y = x^2 - 2x - 1$. Эта парабола пересекает ось Oy в точке $y = -1$, ось Ox в точках $x_1 = 1 - \sqrt{2}$ и $x_2 = 1 + \sqrt{2}$. Вершина параболы находится в точке $(1; -2)$, ветви параболы направлены вверх. Эта кривая разбила координатную плоскость на часть, заключенную между ветвями параболы, и часть, находящуюся за ветвями параболы. Взяв любую точку, например $(1; -1)$, из первой части плоскости, видим, что она удовлетворяет неравенству $y = x^2 - 2x - 1$. Поэтому все точки этой части также удовлетворяют неравенству (за исключением границы, т. к. неравенство строгое).



Аналогично, построив границу $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1$, видим, что неравенству $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 < 1$ удовлетворяют внутренние и граничные точки окружности.

Штриховкой показаны те точки, которые удовлетворяют системе неравенств. Причем стрелки показывают, что данная граница (часть параболы) не входит в множество решений системы неравенств.